American Academy
Educación es futuro

Matemática - Electivo Matemático

- SEMANA N°: 1
- CLASE: N° 1
- CURSO: IV medio Electivo Matemático
- DOCENTE: Jessica Rossel G
- CORREO ELECTRÓNICO: jrossel@americanacademy.cl
  (solo será contestado en días y horarios hábiles)

OBJETIVOS: Reconocer la ecuación de una parábola y determinar sus elementos.
CONTENIDOS DE LA SEMANA: Parábola. Ecuación y propiedades

American Academy
Educación es futuro
Depto. De Matemática

GUÍA DE MATEMÁTICO ELECTIVO

NOMBRE: ____

Instrucciones: Estimados alumnos, espero se encuentren bien junto con saludarlos se envía guía de parábola, tal como se dijo en clases estamos repasando, la guía consta de un pequeño repaso (definición y propiedades) y luego, ejercicios .
Les recuerdo que estos contenidos fueron vistos el año pasado.

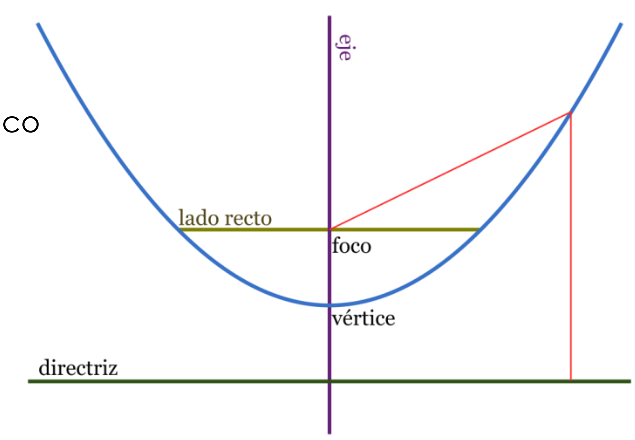
¡Ahora a trabajar!

PARÁBOLA
Toda parábola se caracteriza por tener una recta asociada, llamada directriz(D) y un punto (F) del plano cartesiano llamado Foco de la parábola, que cumplen la condición de que la distancia al foco, de cualquier punto (P) que pertenezca a la parábola, es igual a la distancia de dicho punto a la directriz.

Si V es el vértice de la parábola, entonces d(F,V)=d(V,D).

Esta distancia se denota p, por lo que: d(F,D)= 2p

El eje de simetría(o eje focal) es la recta que contiene al foco y es perpendicular a loa directriz.



Ecuación principal de la parábola con V(0,0):

- $x^2 = 4py$ (parábola vertical)
- $y^2 = 4px$ (parábola horizontal)

Ecuación principal de la parábola con $V(x_1, y_1)$:

- $(x - x_1)^2 = 4p(y - y_1)$ (parábola vertical)
- $(y - y_1)^2 = 4p(x - x_1)$ (parábola horizontal)

Si $p < 0$, la concavidad (hacia donde abren las ramas) es hacia abajo o ala izquierda, según corresponda; mientras que si $p > 0$, la concavidad es hacia arriba o derecha.

La ecuación general de la parábola, cuyo vértice es el punto $V(x_1, y_1)$ y su eje focal es paralelo al eje Y es: $x^2 + Dx + Ey + F = 0$, donde: $V(x_1, y_1)= V\left(-\frac{D}{2}, \frac{D^2-4F}{4E}\right)$

Mientras que si el eje focal es paralelo al eje X, es: $y^2 + Dx + Ey + F = 0$, donde: $V(x_1, y_1)= V\left(\frac{E^2-4F}{4D}, -\frac{E}{2}\right)$

Ejercicios

1) Reconoce la concavidad de cada parábola:

a) $(x - 3)^2 = 4(y - 5)$
b) $(y - 1)^2 = -2(x + 2)$
c) $(x + \frac{1}{2})^2 = -\frac{2}{3}(y - 1)$
d) $y^2 + 5x - 2y - 3 = 0$
e) $-x^2 + 3x - y + 6 = 0$
f) $-\frac{1}{4}y^2 + 4x - \frac{2}{3}y - 2 = 0$
g) $(2x - \frac{1}{3})^2 = 3(\frac{1}{2}y + 1)$
h) $(y - \frac{5}{2})^2 = -\sqrt{5}(\left(\frac{3}{4}x - 5\right)$
i) $-\frac{4}{5}x^2 - \frac{\sqrt{2}}{2}x + 4y - \frac{3}{2} = 0$

2) Escribe la ecuación principal y general de cada parábola. Considera el foco F y el punto D(intersección de la directriz con el eje focal).
   a) F(0,0) y D(4,0)
   b) F(-2,-5) y D(-2,7)
   c) F(5,-3) y D(8,-3)
   d) F(4,8;-2) y D(4,8; -4,5)
   e) F($\frac{1}{2}$, $-\frac{3}{2}$) y D($\frac{1}{2}$, -5)
   f) F($\frac{4}{3}$, -1) y D($\frac{4}{3}$, $\frac{5}{2}$)
   g) F($-\frac{1}{4}$, -1) y D($-\frac{2}{5}$, -1)
   h) F(-1, $\sqrt{2}$) y D(2,$\sqrt{2}$)
   i) F(0, $-\frac{\sqrt{3}}{5}$) y D($-\frac{\sqrt{3}}{3}$, ($-\frac{\sqrt{3}}{5}$)

3) Escribe la ecuación general de cada parábola descrita en la actividad 2.

Respuestas

1)
   a) Arriba
   b) Izquierda
   c) Abajo
   d) Izquierda
   e) Abajo
   f) Derecha
   g) Arriba
   h) Izquierda
   i) Arriba

2) y 3)
   a) $y^2 = -8(x-2)$; $y^2 + 8x - 16 = 0$
   b) $(x+2)^2 = -24 (y-1)$; $x^2 + 4x +24y -20 = 0$
   c) $(y+3)^2 = -6 (x-13/2)$; $y^2 + 6x + 6y - 30 = 0$
   d) $(x - 4,8)^2 = 5 (y + 3,25)$; $x^2 -9,6x - 5y + 6,79 = 0$
   e) $(x - 1/2)^2 = 7 (y + 13/4)$; $x^2 - x - 7y - 45/2 = 0$
   f) $(x - 4/3)^2 = -7 (y - 3/4)$; $x^2 - 8/3x + 7y - 125/36 = 0$
   g) $(y+1)^2 = 3/10 (x +13/40)$; $y^2 + 2x - (3/10)y + 361/400 = 0$
   h) $(y+\sqrt{2})^2 = -6 (x-1/2)$; $y^2 - 2\sqrt{2}y + 6x - 1 = 0$
   i) $(y+\sqrt{3}/5)^2 = 2\sqrt{3}/3 (x + \sqrt{3}/6)$; $y^2 + 2\sqrt{3}/5 y - 2\sqrt{3}/3 x - 16/75 = 0$