

Matemática Electivo Matemático

- SEMANA N°: 3
- CLASE: N° 1
- CURSO: IV medio Electivo Matemático
- DOCENTE: Jessica Rossel G
- CORREO ELECTRÓNICO: jrossel@americanacademy.cl
(Solo será contestado en días y horarios hábiles)

OBJETIVOS: Reconocer la ecuación de una elipse y determinar sus elementos.

CONTENIDOS DE LA SEMANA: Elipse. Ecuación y propiedades

GUIA DE MATEMATICO ELECTIVO

NOMBRE: _____

Instrucciones: Estimados alumnos, espero se encuentren bien junto con saludarlos se envía guía de elipse.
Les recuerdo que estos contenidos fueron vistos el año pasado.

LA ELIPSE

Es el lugar geométrico de los puntos del plano, cuya suma de distancias a dos puntos fijos es una constante mayor o igual que la distancia entre ellos.

Los dos puntos fijos se llaman focos de la elipse, los designamos F y F' .

La recta que pasa por los focos se llama Eje Focal.

La mediatriz del segmento FF' la llamamos Eje Secundario.

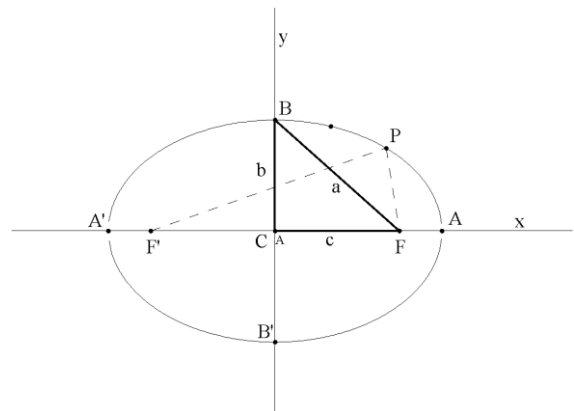
El centro de la elipse es el punto de intersección de los ejes, lo llamamos C .

El eje focal intersecta a la elipse en dos puntos A y A' , el eje secundario la intersecta en dos puntos B y B' ,

A, A', B, B' son los Vértices de la elipse.

El segmento AA' se llama eje mayor, mientras que el segmento BB' se llama eje menor.

Las distancias : $\text{dist.}(B,C) = b$, $d(F,C) = c$ y la constante que define la elipse es " $2a$ ", o sea $d(P,F) + d(P,F') = 2a$, siendo P un punto cualquiera de la elipse, además $a^2 = b^2 + c^2$.



ECUACIÓN DE LA ELIPSE DE CENTRO EN EL ORIGEN Y EJES DE COORDENADAS LOS EJES DE LA ELIPSE

La ecuación de la elipse con centro $(0,0)$, eje focal el eje de las abscisas es: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, donde los focos son $F(c,0)$ y $F'(-c,0)$, y los vértices son $A(a,0)$, $A'(-a,0)$, $B(0,b)$ y $B'(0,-b)$.

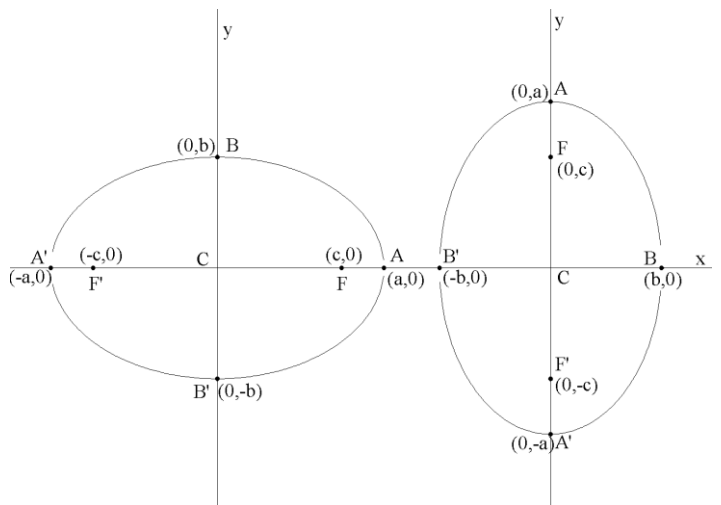
En forma simétrica la ecuación de la elipse con centro $(0,0)$, eje focal el eje de las ordenadas es $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$, donde los focos son $F(0,c)$ y $F'(0,-c)$ y los vértices son $A(0,a)$, $A'(0,-a)$, $B(b,0)$ y $B'(-b,0)$.

Para cada elipse, a es la longitud del semieje mayor, b es la longitud del semieje menor y c es la distancia de los focos al centro.

Estos parámetros a , b , y c están ligados por la relación $a^2 = b^2 + c^2$

También para cada elipse, se define su

excentricidad, e , $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} < 1$



Ecuación de la elipse con centro $C(h,k)$ y ejes paralelos a los ejes coordenados.

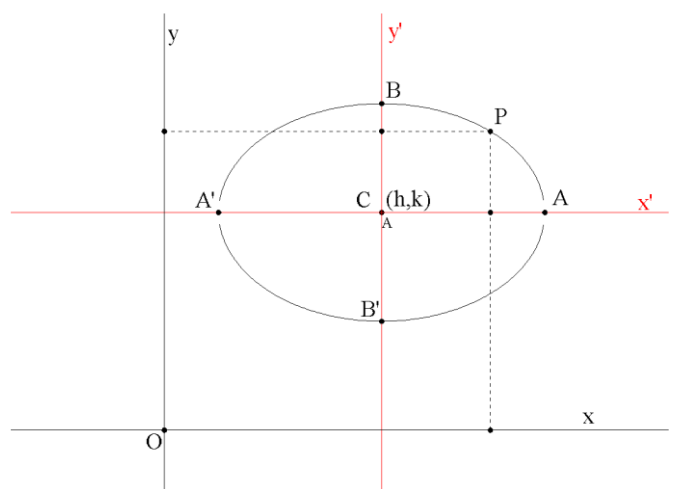
La ecuación de una elipse cuyo centro es el punto $C(h,k)$ y su eje focal es paralelo al eje de las abscisas.

Si los ejes coordenados son trasladados de modo que O' coincida con $V(h,k)$:

la ecuación respecto a los ejes x' e y' es $\frac{x'^2}{a^2} + \frac{y'^2}{b^2} = 1$

Usando las ecuaciones de transformación de coordenadas para sistemas de ejes paralelos:

$$\begin{cases} x = x' + h \\ y = y' + k \end{cases}$$



Obtenemos la ecuación de una elipse con centro $C(h, k)$ y eje focal paralelo al eje de las abscisas:

$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ donde $A(h+a, k)$, $A'(h-a, k)$, $F(h+c, k)$, $F'(h-c, k)$, $B(h, k+b)$, $B'(h, k-b)$,

haciendo común denominador y desarrollando obtenemos :

$$b^2x^2 + a^2y^2 - 2b^2hx - 2a^2ky + b^2h^2 + a^2k^2 - a^2b^2 = 0 \quad \text{o} \quad Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

De igual manera la ecuación de una elipse con centro $C(h, k)$ y eje focal paralelo al eje de las ordenadas es :

$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1, \quad a^2x^2 + b^2y^2 - 2a^2hx - 2b^2ky + a^2h^2 + b^2k^2 - a^2b^2 = 0$$

Les envío enlace para aclarar dudas, si aún con esto persisten no dudes en enviar un correo.

Cariños.

<https://youtu.be/5YODCnndvMM>